



Под *внутригласовым инвариантом (ВИ)* относительно заданной подборки мы понимаем любую повторяющуюся цепочку беспометных знамен произвольной длины  $L$  ( $L=1,2,3,\dots$ ), имеющую одинаковую интерпретацию во всех своих вхождениях в песнопения данного ( $i$ -го) гласа.

Множество *ВИ* формировалось для каждого из трёх Октоихов отдельно и в каждом разбивалось по гласам на подмножества  $ВИ(T\Gamma_1), \dots, ВИ(T\Gamma_8)$ . Ранее по этим Октоихам нами была построена электронная азбука знаменного распева<sup>6</sup>, содержащая частоты встречаемости отдельных знамен и всевозможных их интерпретаций во всех гласах. Уже тогда было отмечено, что существуют знамена, *однозначно интерпретируемые* во всех песнопениях одного гласа – *инварианты длины 1*. В данной работе исследуется вопрос о существовании инвариантов *длины 2* и выше. *Основная посылка* – это отсутствие формальных ограничений на возникновение однозначно интерпретируемой цепочки путём конкатенации многозначных знамен. Процедура выявления *ВИ* произвольной длины состоит из трёх этапов.

*Этап первый.* Поскольку методика ориентирована на нотолинейную реконструкцию беспометных песнопений, *устраиваем у знамен все степенные и указательные пометы*. Тем самым в один класс будут объединены знамена, существенно отличающиеся по своему распеву и звуковысотной привязке. Например, знамена  $\text{بنا}^{\text{1}}, \text{بنا}^{\text{2}}, \text{بنا}^{\text{3}}$  и  $\text{بنا}^{\text{4}}$  (с любой степенной пометой или без неё) попадут в один класс.

*Объединяем песнопения  $i$ -го гласа* в один текст  $T\Gamma_i = T_{i1}@T_{i2}@...@T_{ik(i)}$ , где  $k(i)$  – число песнопений в  $i$ -ом гласе,  $T_{il}$  – песнопение с номером  $l$  ( $1 \leq l \leq k(i)$ ), записанное в виде цепочки знамен, «@» – символ – разделитель, не принадлежащий алфавиту знамен. Каждое знамя из текста  $T_{il}$  сопровождается *нотолинейной интерпретацией*.

*Этап второй.* Для каждого текста  $T\Gamma_i$  ( $1 \leq i \leq 8$ ) подсчитываем внутригласовую встречаемость всевозможных цепочек знамен длины  $L$ , не содержащих

разделитель ( $L=1,2,3,\dots,L_{max}$ , где  $L_{max}$  – длина максимальной повторяющейся цепочки в  $T\Gamma_i$ ). Процесс ведётся итеративно по  $L$ . Сравнение и подсчёт цепочек ( $L$ -грамм) осуществляется за один просмотр текста без непосредственного сопоставления каждой  $L$ -граммы с каждой (процедура хеширования). По завершении  $L$ -ой итерации получаем полный спектр  $L$ -грамм, представленных в песнопениях  $i$ -го гласа, с указанием частоты встречаемости каждой цепочки и списка её возможных интерпретаций (тоже с частотами).

*Этап третий.* Для каждого гласа выделяем из списка найденных  $L$ -грамм ( $L=1,2,3,\dots, L_{max}$ ) лишь те, что имеют частоту встречаемости  $F \geq F_{пор} > 1$  и *единственную интерпретацию*. Они и образуют списки *внутригласовых инвариантов ВИ* ( $T\Gamma_i$ ) ( $1 \leq i \leq 8$ ). Например, биграмма  $\text{بنا} \text{بنا}$  встретилась 15 раз в 1-м гласе двознаменника 619/647 с единственной интерпретацией:  $g2*e4f4d4$ . Она попадает в список *ВИ* ( $T\Gamma_1$ ). Другая же биграмма –  $\text{بنا} \text{بنا}$  имеет в этом гласе две интерпретации:  $d4c4*d4e4f2$  (19 раз) и  $f4e4*d4e4f2$  (2 раза), поэтому она не удовлетворяет определению *ВИ*.

### Описание экспериментальных результатов

Сформированные для каждого из трёх двознаменников *словари ВИ* проиллюстрируем на Октоихе 619/647, привлекая другие двознаменники для оценки чувствительности методики к объёму исходных данных и проявлениям вариативности в разных Октоихах.

Основные выводы таковы:

1) *Многообразие ВИ разной длины во всех гласах довольно велико* и существенно зависит от порога отбора по частоте встречаемости *ВИ* в гласе ( $F_{пор}$ ). Мы выбрали  $F_{пор} = 3$ . *ВИ* с меньшей частотой обладают невысокой предсказательной способностью. В Таблице 1 указано число *ВИ* разной длины с частотой встречаемости  $F \geq 3$  в каждом из 8 гласов Октоихов 619/647 и Q1188 (его объём примерно на треть меньше).

Таблица 1  
Размеры словарей *ВИ* разной длины ( $F \geq 3$ )\*

L	Октоих 619/647								L	Октоих Q1 188							
	Г л а с ы									Г л а с ы							
	1	2	3	4	5	6	7	8		1	2	3	4	5	6	7	8
1	10	12	9	12	11	8	13	9	1	6	5	9	5	6	3	9	4
2	66	49	49	77	55	66	82	73	2	45	<b>38</b>	33	46	38	31	<b>35</b>	31
3	<b>79</b>	<b>58</b>	<b>67</b>	<b>96</b>	<b>81</b>	<b>73</b>	<b>109</b>	<b>95</b>	3	<b>46</b>	<b>38</b>	<b>47</b>	<b>58</b>	<b>52</b>	<b>36</b>	<b>35</b>	<b>40</b>
4	72	52	<b>67</b>	82	<b>81</b>	52	98	84	4	32	15	45	37	36	30	26	27
5	57	32	48	77	65	41	76	68	5	18	5	30	22	22	21	15	15
6	43	18	31	50	44	27	44	46	6	6	2	15	11	9	9	12	7
7	25	3	15	27	28	15	27	30	7	2	1	5	6	5	1	6	1
8	12	-	6	14	16	5	12	18	8	-	-	-	4	2	-	2	-

\* Примечание: *ВИ* с длиной  $L > 8$  не представлены (их мало).

Длины *ВИ* в Октоихе 619/647 меняются от 1 до 16, а в Q1188 – от 1 до 9 знамен. Сравнение размеров словарей *ВИ* для двух Октоихов (при фиксированных *i* и *L*) показывает, что меньшему объёму исходных данных (Q1188) соответствуют меньшие размеры словарей *ВИ*. Этот вывод заранее не очевиден, так как с увеличением объёма исходных данных растут проявления вариативности, ограничивающие рост числа *ВИ*.

2) С увеличением *L* число *ВИ* в каждом гласе сначала растёт, при  $L=3\div 4$  достигает максимума (эти значения выделены и подчёркнуты), а затем монотонно падает. Такая зависимость числа *ВИ* от *L* объясняется влиянием двух факторов. *Первый фактор* связан с увеличением многообразия *L*-грамм при переходе от  $L=1$  к  $L=2$ ,  $L=2$  к  $L=3$  и т. д., что способствует увеличению числа *ВИ* с ростом *L*. Особенно показателен переход от  $L=1$  к  $L=2$ . Например, в гласе 4 Октоиха 619/647 выделено всего 12 *ВИ* длины 1, но уже 77 *ВИ* длины 2. При этом лишь 27 из них «наследственные», то есть получены всевозможными расширениями *ВИ* длины 1, а 50 *ВИ* ( $L=2$ ) образованы конкатенацией многозначных знамен.

*Второй фактор* способствует уменьшению числа *ВИ* с ростом *L*. Это связано с уменьшением частоты встречаемости *L*-грамм по мере увеличения их длины. Если частота снижается до  $F < F_{\text{пор}}$ , то *L*-грамма устраняется из рассмотрения. При малых *L* превалирует первый фактор и число *ВИ* растёт, при больших *L* – второй и число *ВИ* падает.

3) Частоты встречаемости *ВИ* колеблются в широком диапазоне и зависят от их длины, гласовой принадлежности и типа структурной единицы, в которую входит *ВИ* (см. ниже Таблицу 2).

Из Таблицы 2 видно, что пересечений между множествами *ВИ* одинаковой длины мало, даже для параллельных гласов – таких, как 4 и 8. При  $L=1$  в пересечение попало лишь знамя  $\text{—}$ . Гласоспецифичность этого *ВИ* проявляется в секвентном переносе в 8-м гласе его распева на кварту вверх и уменьшении длительностей всех звуков вдвое. При  $L=2$  в пересечение попадают цепочки  $\text{—}$  и  $\text{—}$  с одинаковой интерпретацией в обоих гласах, но существенно отличающимися частотами, поэтому не все из них включены в топ-списки Таблицы 2. Эти примеры показывают, что *словари ВИ содержат полезную информацию о проявлениях гласоспецифичности знаменного распева*.

4) Важен вопрос о соотношении *ВИ* с традиционными структурами знаменного распева, в первую очередь, с попевками. В классификации А. Н. Кручининной<sup>7</sup> попевки разбиты на 24 семейства в соответствии с тремя кадансовыми знаменами, образующими «архетип». Ему предшествует более вариативный «подвод».

*Короткие ВИ* ( $L=1\div 3$ ), как и следовало ожидать, часто реализуют ритмический останов и относятся к категории кадансов (см., например, в табл. 2, глас 4, знамена  $\text{—}$ ,  $\text{—}$ , цепочки  $\text{—}$ ,  $\text{—}$  и др.; в гласе 8 – знамена  $\text{—}$ ,  $\text{—}$ , цепочки  $\text{—}$ ,  $\text{—}$  и др.). Однако, наряду с ними, существуют короткие

Таблица 2  
Примеры наиболее частых *ВИ* для двух гласов Октоиха 619/647

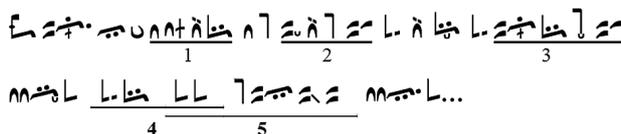
ГЛАС 4				ГЛАС 8			
<i>L</i>	<i>ВИ</i>	<i>F</i>	Интерпретация	<i>L</i>	<i>ВИ</i>	<i>F</i>	Интерпретация
1	$\text{—}$	23	e4f4g2	1	$\text{—}$	21	f4.g8a4g4f4a2.g4
1	$\text{—}$	14	f4g4a2	1	$\text{—}$	18	f4g2f4
1	$\text{—}$	12	e2g2	1	$\text{—}$	12	a2.g4
1	$\text{—}$	9	c4d4e1	1	$\text{—}$	4	g4a4b2
1	$\text{—}$	8	H4c4d4e4	1	$\text{—}$	3	d2
1	$\text{—}$	6	e4d4c2d1	1	$\text{—}$	3	e2d4c4
1	$\text{—}$	4	f4e2	1	$\text{—}$	3	a8g8f4g2
2	$\text{—}$	37	g2*f1	2	$\text{—}$	38	d4e4*d4c4
2	$\text{—}$	27	d4e4*f1	2	$\text{—}$	35	f4.e8d4f4*c4d2e4
2	$\text{—}$	18	f4e4*d4e4f2	2	$\text{—}$	24	f2*d4e4
2	$\text{—}$	17	e2*f4e4	2	$\text{—}$	24	f4e4*d2
2	$\text{—}$	14	e1*d1	2	$\text{—}$	22	g2*f4e4
2	$\text{—}$	12	d2e4f4*g1	2	$\text{—}$	22	f4g4f4.e8*d4c4d2
2	$\text{—}$	11	e4f4*g4f4	2	$\text{—}$	21	f4e4*f4.g8a4g4f4a2.g4
2	$\text{—}$	10	e2g2*f1	2	$\text{—}$	20	d4f4* e4d4e4f4
2	$\text{—}$	10	d2*e4f4	2	$\text{—}$	16	f4g2f4* e4f4



### Обсуждение результатов

Может показаться, что методика выделения *ВИ* очень чувствительна к проявлениям вариативности знаменного распева. Например, высокочастотный *ВИ* из первого гласа Октоиха 618/644 –  $L_{\cdot} \sim e4f4d4$  ( $F=24$ ) не является *ВИ* в Октоихе 619/647 из-за наличия двух интерпретаций:  $e4f4d4$  ( $F=18$ ) и  $d4f4d4$  ( $F=3$ ). Однако, расширения знамени  $L_{\cdot}$  (см.гл. 1, 619/647) уже образуют *ВИ* длины 3:  $L_{\cdot} \sim e4f4d4 * e1 * d1$  ( $F=9$ ) и  $L_{\cdot} \sim e4f4d4 * e1 * d1$  ( $F=6$ ). Эти же цепочки фигурируют среди *ВИ* в Октоихе 618/644 с частотами ( $F=13$ ) и ( $F=6$ ), соответственно, но там они носят наследственный характер. Итак, отсутствие знамени  $L_{\cdot}$  среди *ВИ* в Октоихе 619/647 не мешает однозначной идентификации архетипа попевки «колесо» ( $L_{\cdot} \sim e4f4d4$ ) в обоих Октоихах.

*ВИ* можно трактовать как фрагменты, наилучшим образом сохранившиеся в ходе эволюции. Ниже приведена половина стихир «Врата адавы.....» (глас 4, 619/647), где эти фрагменты (режим скользящего контроля) выделены подчёркиванием:



Коэффициент покрытия  $k=20/34 \sim 0.59$ , что несколько выше среднего значения для гласа 4 в режиме скользящего контроля ( $\bar{k}=0.51$ ). Результаты выглядят достаточно логично: в качестве *ВИ* выделены отде-

льные попевки (см. фрагменты 2, 3, 5), структура 4 (расширенный подвод к архетипу «грунка» (см. 5) и устойчиво повторяющаяся «внепопевочная» структура 1. Непокрытыми остаются начальный фрагмент и межпопевочные структуры, отличающиеся повышенной вариативностью.

Значения коэффициентов покрытия были получены при пороге отбора  $F_{\text{пор}}=3$ . Фактически могут быть использованы и *ВИ* с частотой 2. Использование низкочастотных *ВИ* повышает покрываемость, но уменьшает надёжность предлагаемого решения.

### Заключение

Исследуется специфическая система структурных единиц знаменного распева, названных нами *внутригласовыми инвариантами*. В её основе лежит выделение цепочек знамен различной длины, *однозначно интерпретируемых* (в пределах исходной обучающей подборки) *в конкретном гласе*. На материале двознаменников конца XVII – начала XVIII века построены словари *ВИ* разной длины для всех гласов, проведена их количественная и качественная характеристика. Получены оценки покрываемости внутригласовыми инвариантами *беспометных* песнопений, не входивших в исходную подборку. Места вхождения *ВИ* в текст можно трактовать как своего рода «островки надёжности», существенно снижающие уровень неоднозначности в интерпретации знамен. Ввиду этого *ВИ* могут быть использованы в любых методиках дешифровки беспометной нотации.

### ПРИМЕЧАНИЯ

<sup>1</sup> Бражников М. В. Древнерусская теория музыки. – Л.: Музыка, 1972. – С. 422; Бахмутова И. В., Гусев В. Д., Титкова Т. Н. О функциях указательных помет // Сибирский музыкальный альманах. – Новосибирск: НГК, 2002. – С. 81–92; Бахмутова И. В., Гусев В. Д., Титкова Т. Н. Факторы, влияющие на точность нотолинейной реконструкции пометных знаменных песнопений // Сибирский музыкальный альманах. – Новосибирск: НГК, 2004. – С. 51–59.

<sup>2</sup> Бахмутова И. В., Гусев В. Д., Титкова Т. Н. L-граммные азбуки для дешифровки знаменных песнопений // Сибирский журнал индустриальной математики. – Т. 1, № 2. – Новосибирск, 1998. – С. 51–66.

<sup>3</sup> Металлов В. М. Осмогласие знаменного распева (сборник нотолинейных попевок). – М., 1899. – С. 1–50.

<sup>4</sup> Бражников М. В. Лица и фиты знаменного распева. – Л.: Музыка, 1984. – С. 302.

<sup>5</sup> Бражников М. В. Древнерусская теория музыки. – Л.: Музыка, 1972. – Глава 12.

<sup>6</sup> Бахмутова И. В., Гусев В. Д., Титкова Т. Н. Электронная азбука знаменного распева: предварительная версия. Вычислительные системы. – Новосибирск: ИМ СО РАН, 2005. – Вып. 174. – С. 29–53.

<sup>7</sup> Кручинина А. Н. Попевка в русской музыкальной теории XVII века: дис. ... канд. искусствоведени. – Л., 1979.

<sup>8</sup> Бахмутова И. В., Гусев В. Д., Титкова Т. Н. Электронная азбука знаменного распева...

#### Бахмутова Ирина Владимировна

научный сотрудник Института математики  
Сибирского отделения Российской Академии Наук

#### Гусев Владимир Дмитриевич

кандидат технических наук,  
старший научный сотрудник Института математики  
Сибирского отделения Российской Академии Наук

#### Титкова Татьяна Николаевна

кандидат технических наук,  
научный сотрудник Института математики  
Сибирского отделения Российской Академии Наук

